

А.С. Сансызбаева^{1*} , С.С. Дайырбеков² 

¹ Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті
Алматы қ., 050010, Қазақстан Республикасы

² Өзбекәлі Жәнібеков атындағы Оңтүстік Қазақстан педагогикалық университеті
Шымкент қ., 160012, Қазақстан Республикасы

* e-mail: anka_94-12@mail.ru

ЖОҒАРЫ СЫНЫП ОҚУШЫЛАРЫН ТРАНСЦЕНДЕНТТІК ТЕҢДЕУЛЕР МЕН ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ЖҮЙЕЛЕРІН ШЕШУГЕ ОҚЫТУ ӘДІСТЕМЕСІ

Андатпа

Мақалада жалпы білім беретін мектептердің жоғары сынып оқушыларын трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді және олардың жүйелерін шешуге үйретудің әдістемелік негіздерін әзірлеу мәселесі қарастырылады. Зерттеудің негізгі мақсаты – оқушылардың осы тақырыптағы теориялық білімдерін практикамен ұштастыру, олардың логикалық ойлау, аналитикалық және сандық талдау қабілеттерін дамытуға бағытталған тиімді оқыту әдістерін жасау және оны оқу процесіне енгізу. Мақалада трансценденттік теңдеулердің негізгі типтері мен қасиеттері талданады, оларды шешудің дәстүрлі және жаңа әдістері ұсынылады. Оқыту әдістемесі төрт кезеңнен тұрады: теориялық материалды меңгеру, практикалық тапсырмаларды орындау, ақпараттық технологияларды қолдану және шығармашылық тапсырмалар мен топтық жұмыс. Әр кезең оқушылардың теориялық білімдерін бекітуге және әртүрлі әдістерді қолдана отырып, есептерді шешу дағдыларын дамытуға бағытталған. Зерттеу барысында эксперименттік топтағы оқушыларға арнайы әзірленген оқыту әдістемесі қолданылды. Эксперимент нәтижелері көрсеткендей, оқушылардың трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу қабілеттері айтарлықтай жақсарған. Оқушылардың орташа ұпайы бастапқы 44 ұпайдан қорытынды тестте 76 ұпайға дейін артты, бұл жаңа әдістеменің тиімділігін дәлелдейді. Сонымен қатар, оқушылардың сабаққа қатысу белсенділігі, пәнге деген қызығушылығы және шығармашылық ойлау қабілеттері жоғарылады. Мақалада ұсынылған әдістеме оқушылардың математикалық сауаттылығын арттыруға, олардың пәнге деген қызығушылығын оятуға және жалпы білім беру процесінің тиімділігін жақсартуға мүмкіндік береді. Бұл зерттеу нәтижелері Қазақстанның білім беру жүйесінде трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді оқыту әдістемесін жетілдіру бойынша ұсыныстар жасауға негіз болады.

Негізгі сөздер: трансценденттік теңдеулер, трансценденттік теңсіздіктер, оқыту әдістемесі, жоғары сынып оқушылары, ақпараттық технологиялар, зерттеу әдісі, математикалық сауаттылық.

Кіріспе

Қазіргі таңда математикалық білім беру жүйесі логикалық ойлау, аналитикалық қабілеттер және күрделі есептерді шешу дағдыларын дамытуда маңызды рөл атқарады. Математикалық білім берудің негізгі мақсаты – оқушыларға тек теориялық білім беріп қана қоймай, оларды сол білімді түрлі салаларда қолдана білуге үйрету. Мектеп бағдарламасында трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктер және олардың жүйелерін шешу мәселелері басты орынға ие. Бұл математикалық объектілер физика, инженерия және экономика секілді ғылым мен техниканың түрлі салаларында кеңінен қолданылады, сондықтан оларды жалпы білім беретін мектептерде терең және сапалы түрде оқыту қажеттілігі туындайды. Осыған байланысты, трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу әдістерін меңгеру, олардың мазмұны мен шешімін өмірлік жағдайларда қолдана білу қазіргі заманғы білім беру процесінің маңызды бөлігіне айналып отыр.

Трансценденттік теңдеулердің ерекшеліктері оларды шешудің стандартты алгебралық әдістерімен шектелмейтіндігінде. Мұндай теңдеулерде айнымалы шама тригонометриялық, экспоненциалды немесе логарифмдік функциялардың аргументі

болып табылады, бұл оларды шешуді әлдеқайда күрделендіреді. Сондықтан оқушыларға трансценденттік теңдеулердің негізгі типтерін, оларды шешу әдістерін және осы әдістерді практикада қолдану ерекшеліктерін терең меңгерту қажет [1].

Қазіргі таңда трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуге арналған тапсырмалар Ұлттық бірыңғай тестілеу (ҰБТ), халықаралық емтихандар және олимпиадалар бағдарламаларында жиі кездеседі. Бұл оқушылардың математикалық білім сапасына қойылатын талаптарды жоғарылатады және олардың осы тақырып бойынша дайындық деңгейін арттыру қажеттілігін көрсетеді.

Зерттеулер көрсеткендей, көптеген оқушылар трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуде қиындықтар көреді. Бұл, бір жағынан, оқушылардың теориялық дайындықтарының жеткіліксіздігіне, екінші жағынан, оқу материалдарын түсіндіруде мұғалімдер қолданатын әдістемелердің тиімділігінің төмендігіне байланысты. Мұғалімдердің көптеген жағдайларда стандартты, формалды оқыту әдістеріне сүйенуі оқушылардың пәнге деген қызығушылығын төмендетіп, олардың математикалық қабілеттерін толық ашуға мүмкіндік бермейді. Жоғары сынып оқушылары бұл тапсырмаларды орындауда едәуір қиындықтарға тап болады. Бұл трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктердің алгебралық теңдеулерден ерекшеленетін өзіндік ерекшеліктеріне байланысты. Мұндай есептерді шешу тек қана базалық математикалық ережелерді білуді ғана емес, сонымен қатар абстрактілі ойлау, математикалық ой-пікірді құрастыру логикасын түсіну, сандық және графикалық талдау әдістерін қолдана білу қабілеттерін талап етеді.

Білім беру мазмұнын жаңарту аясында Қазақстан Республикасының жалпы білім беретін мектептерінде жаңа оқыту бағдарламалары енгізілуде. Бұл бағдарламалар оқушылардың практикалық дағдыларын, сыни тұрғыдан ойлау қабілеттерін және шығармашылық потенциалын дамытуға бағытталған. Сондықтан, трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді оқыту әдістемесін жетілдіру мәселесі ерекше өзектілікке ие болды. Осы тақырыпты меңгеру арқылы оқушылар тек математикалық білімдерін жетілдіріп қана қоймай, олардың басқа да пәндерге деген қызығушылығы артады, себебі трансценденттік теңдеулер физика, экономика және техникада кеңінен қолданылады.

Осыған байланысты, жалпы білім беретін мектептерде жоғары сынып оқушыларын трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді, сондай-ақ олардың жүйелерін шешуге үйрету әдістемесін жасау және оны оқу процесіне енгізу - қазіргі заманғы педагогикалық ғылымның маңызды міндеті болып табылады. Бұл әдістеме оқушылардың когнитивтік даму ерекшеліктерін, олардың емтихан сынақтарына дайындығын және математикалық сауаттылық деңгейін арттыруды ескеруі тиіс. Ғылыми негізделген әдістемені жасап, оқу процесіне енгізу оқушылардың білім сапасын жақсартуға ғана емес, олардың математикаға деген қызығушылығын арттыруға да мүмкіндік береді, бұл олардың тез өзгеріп жатқан әлемде табысты бейімделуі үшін қажетті шарт болып табылады [2].

Математиканы оқыту әдістемесі – ғылым мен тәжірибе арасында көпір салатын негізгі құрал. Оқыту процесінде тиімді әдістемелерді қолдану оқушылардың теориялық білімін тереңдетіп қана қоймай, олардың практикалық қабілеттерін дамытуға да ықпал етеді. Бұл зерттеу жұмысында трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді оқыту барысында қолданылатын түрлі әдістер мен тәсілдер қарастырылады.

Зерттеудің мақсаты – жалпы білім беретін мектептерде жоғары сынып оқушыларын трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді және олардың жүйелерін шешуге үйретудің әдістемелік негіздерін әзірлеу және оны оқу процесіне енгізу. Бұл мақсатқа жету үшін оқушылардың осы тақырыптағы білімдерін жүйелі түрде қалыптастырып, олардың теориялық білімін практикалық дағдылармен ұштастыруға бағытталған тиімді оқыту әдістерін жасау қажет.

Зерттеу барысында келесі міндеттерді жүзеге асыру көзделеді:

- Оқушылардың трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді түсіну және шешу деңгейін анықтап, олардың осы тақырыпқа байланысты кездесетін негізгі қиындықтарын сараптау.

- Трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді оқыту әдістерін жаңарту және оқушылардың жас ерекшеліктеріне, дайындық деңгейіне сәйкес оқыту әдістемесін әзірлеу.

- Өзірленген әдістемені мектептерде пилоттық түрде енгізіп, оқыту процесінде қолдану арқылы оның тиімділігін тәжірибе жүзінде тексеру.

Зерттеу барысында әзірленген әдістемелік ұсыныстарды тәжірибеге енгізу арқылы оқушылардың трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу қабілеттері, математикалық сауаттылығы және пәнге деген қызығушылығы артады деп күтіледі.

Жоғары сынып оқушыларын трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуге үйрету оқушылардың логикалық ойлауын, тапсырмаларды шешудегі икемділігін және математикалық әдістерді әртүрлі жағдайларда қолдану дағдыларын дамытуға мүмкіндік береді. Әдебиетте осы мақсатта ұсынылған әртүрлі әдістемелер мен тәсілдер бар.

А.Ж. Сыздыкова (2022) оқушыларды цифрлық технологиялар арқылы теңдеу және теңсіздік жүйелерін шешуге үйрету әдістемесін әзірледі. Бұл зерттеу 2021-2022 оқу жылының көктемгі семестрінде Қазақстанның әртүрлі мектептерінде білім алып жатқан 278 оқушының қатысуымен жүргізілді. Зерттеу нәтижелері көрсеткендей, қатысушылардың теңдеу мен теңсіздіктерді шешу және қолдану дағдылары цифрлық білім берумен нығайған [3]. И. Клийчнык (2023) параметрі бар теңдеулер мен модульдік теңсіздіктерді шешу оқушылар үшін қиындық тудыратын мәселе екенін атап өтті. Зерттеуде параметрлік есептерді шешу үшін ойлау икемділігі, логикалық пайымдау қабілеті және графикалық интерпретацияларды қолдану қажеттілігі айтылды. Автор мұндай есептерді шешу үшін оқушыларды қосымша немесе таңдаулы сабақтар арқылы дайындауды ұсынды [4]. Caraballo Carmano мен Garcia Fernandez (2021) өздерінің «Methodology of Mathematics Teaching. Treatment to School Mathematics Equations» атты еңбегінде мектеп оқушыларының алгебралық және трансценденттік теңдеулермен байланысты білімдерін дамытуға, оларды іс жүзінде кездесетін әртүрлі жағдайларда шығармашылық тәсілдермен қолдануға ықпал етуге қажетті теориялық және әдістемелік ресурстарды ұсынады [5].

М. Гаевский (2020) олимпиада есептерінде теңсіздіктерді дәлелдеу үшін математикалық талдау әдістерін қолдану туралы зерттеу жүргізді. Авторлар теңсіздіктерді дәлелдеу әдістері логикалық ойлауды дамытуға және математикалық мәдениетті қалыптастыруға ықпал ететінін көрсетті [6]. В. Р. Uyen (2021) оқушыларға радикалды теңсіздіктерді шешу үшін аналогиялық ойлауды қолдануды үйретуді ұсынды. Зерттеу барысында 10-сынып оқушыларына теңсіздіктерді шешудің аналогиялық тәсілдері ұсынылды және олардың есептерді шешу қабілеттері айтарлықтай жақсарды [7].

N. Ellerton, M. A. Clements зерттеуі жоғары сынып математика мұғалімдеріне қатысты теңдеулер мен теңсіздіктерді оқытуда қолданылатын әдістемелерді талқылаған. Зерттеу барысында мұғалімдердің көптеген қателіктерге жол беретінін және олардың бұл мәселеге қатысты білімінің жеткіліксіз екенін анықтаған. Авторлар осы мәселелерді шешу үшін арнайы дайындық бағдарламаларын әзірлеуді ұсынады [8]. Luo Q. (2015) трансценденттік теңдеулерді шешудің аналитикалық әдістерін физика есептерінде қолдануды ұсынады. Олардың әдістері көптеген физикалық есептерді, мысалы, бірқабатты сыну, Виннің ығысу заңы және Шредингер теңдеуі сияқты мәселелерді шешуде қолданылады [9].

L.Angraini, Y.Fitri (2023) зерттеулерінде оқытудың инновациялық әдістемесі – алгебралық теңдеулер мен теңсіздіктерді интерактивті бағдарламалар арқылы оқыту оқу процесін қызықты, түсінікті және тиімді етуге мүмкіндік беретінін көрсетті. Заманауи

онлайн платформалар мен қосымшалар оқушыларға теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуге мүмкіндік береді. Олар есептерді шешудің әрбір қадамын көрнекі түрде көрсете отырып, кеңестер мен түсініктер береді [10].

Т.И. Анисимова трансценденттік теңдеулерді шешудің келесі стандартты емес тәсілдерін қарастырды:

- Бағалау әдісі.
- Функционалды-графикалық әдіс.
- Функцияның келесі қасиеттерін қолдану:
 - жұптылық,
 - монотондық,
 - экстремум қасиеттері,
 - шектеулілік,
 - анықталу аймағы,
 - функциялардың теріс еместігі.

Трансценденттік теңдеулерді шешу қиын және дәстүрлі әдістермен шешілмейтін есептерді қамтиды. Сондықтан бұл мәселелерді шешуде түрлі стандартты емес тәсілдер қолдану қажет. Төменде келтірілген кестеде осы тәсілдердің негізгі түрлері мен олардың шешу идеялары көрсетілген. Әр әдістің қысқаша сипаттамасы мен қолдану ерекшеліктері берілген, бұл оқушылар мен оқытушыларға сәйкес әдісті таңдап, тиімді қолдануға көмектеседі (Кесте 1).

Кесте 1 – Трансценденттік теңдеулерді шешу әдістері

№	Әдіс атауы	Сипаттамасы
1	Бағалау әдісі	Бір аналитикалық өрнекті басқа біреумен бағалау (көбінесе нақты санмен), сол жағын төменнен, оң жағын жоғарыдан салыстыру, яғни теңдеудің сол және оң жақтарын белгілі бір санмен салыстыру.
2	Функционалды-графикалық әдіс	$f(x) = g(x)$ теңдеуін шешу үшін, $y = f(x)$ және $y = g(x)$ функцияларының графиктерін тұрғызып, олардың қиылысу нүктелерін табу, бұл нүктелердің абсциссалары теңдеудің түбірлері болады.
3	Функцияның қасиеттерін қолдану	Теңдеуде бар функциялардың қасиеттерін пайдалану, бұл кейбір теңдеулерді дәстүрлі әдістермен салыстырғанда жеңілдетіп, кейде мүмкін емес есептерді шешуге мүмкіндік береді
4	Функцияның жұптылық қасиетін қолдану	Функцияның жұптылық қасиеттерін қолданып, параметрдің барлық мәндерін табу.
5	Функцияның монотондығы мен экстремумдарын қолдану	Егер бір функция өсіп, екіншісі кемісе, теңдеу немесе түбірлері болмайды, немесе бір ғана түбір болады. Ол түбірді тапқан соң, оны тексеру керек.
6	Теңдеудің екі жағындағы функциялардың ең үлкен және ең кіші мәндерін табу.	Теңдеудің екі жағындағы функциялардың ең үлкен және ең кіші мәндерін табу.
7	Анықталу облысын қолдану	Екі жағы да тек бір саннан немесе бірнеше саннан тұратын жиында анықталған жағдайда, тексеріп, бұл сандар шешімге сәйкес келеді ме екенін анықтау керек.
Ескерту: [9] әдебиет көзі негізінде құрастырылған		

Зерттеу материалдары мен әдістері.

Зерттеу барысында жоғары сынып оқушыларын трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешуге үйретудің тиімділігін бағалау үшін педагогикалық эксперимент жүргізілді. Экспериментке жалпы білім беретін мектептің 11-сыныбынан 30 оқушы қатысты. 15 оқушы бақылау тобын, 15 оқушы эксперименттік топты құрады.

Эксперимент басталмас бұрын, оқушылардың трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу деңгейін анықтау мақсатында алдын ала тест жүргізілді. Тест нәтижелері оқушылардың бұл тақырып бойынша базалық білімдерінің деңгейін және жиі кездесетін қиындықтарын анықтауға мүмкіндік берді. Зерттеу тобына арнайы әзірленген оқыту әдістемесі қолданылды. Оқушылардың білімін бекіту үшін әртүрлі деңгейдегі практикалық тапсырмалар мен жаттығулар ұсынылды. Эксперимент соңында оқушылардың білім деңгейін бағалау үшін қорытынды тест жүргізілді. Бұл тест эксперименттік оқыту әдістемесінің тиімділігін анықтауға мүмкіндік берді. Бастапқы және қорытынды тестілеу нәтижелері салыстырылып, оқушылардың білім деңгейіндегі өзгерістер талданды.

Тест 10 тапсырмадан тұрды және төмендегі мақсаттарға бағытталды:

Тесттің құрылымы:

-Тест тапсырмалары оқушылардың трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктер бойынша базалық білімдерін және оларды шешу дағдыларын бағалауға бағытталған.

-Тестке алгебралық, логарифмдік, тригонометриялық және экспоненциалдық функцияларды қолдануға арналған есептер енгізілді.

-Әрбір тапсырма 10 ұпаймен, жалпы тест 100 ұпайлық шкала бойынша бағаланды.

Әрбір тапсырма шешімінің дұрыстығы мен толықтығына қарай 0-ден 10 ұпайға дейін бағаланды. Теңдеулерді немесе теңсіздіктерді дұрыс шешу, аралық нәтижелерді жазу және шешімнің логикасын дұрыс баяндау бағаланды. Тапсырмалардың барлығын дұрыс орындаған оқушыларға максималды 100 ұпай берілді.

Нәтижелер және оларды талқылау

Бастапқы диагностикалық тест зерттеудің алғашқы кезеңінде эксперименттік және бақылау топтарындағы оқушылардың трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу қабілеттерін бағалау мақсатында жүргізілді. Тест нәтижелері оқушылардың бұл тақырып бойынша білім деңгейін, кездесетін қиындықтарын және жалпы математикалық дайындық деңгейін анықтауға мүмкіндік берді.

Бастапқы диагностикалық тест нәтижелері 2-кестеде көрсетілген.

Кесте 2 - Бастапқы диагностикалық тест нәтижелері

Ұпайлар	Бақылау тобы	Эксперименттік топ
Жоғары ұпай	2 оқушы (13,3%)	3 оқушы (20%)
Орташа ұпай	7 оқушы (46,7%)	8 оқушы (53,3%)
Төмен ұпай	6 оқушы (40%)	4 оқушы (26,7%)
Ескерту: авторлармен құрастырылған		

Экспериментке қатысқан 30 оқушының бастапқы білім деңгейі орташа көрсеткіштен төмен болды. Тесттің жалпы орташа нәтижесі екі топ бойынша да 100 ұпайлық шкалада 42 ұпайды құрады, бұл трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу дағдыларының жеткіліксіздігін көрсетеді.

Негізгі қиындықтар:

- Оқушылардың көпшілігі логарифмдік, тригонометриялық және экспоненциалдық функциялардың қасиеттерін жеткілікті түрде меңгермеген. Бұл теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу барысында айқын көрінді.

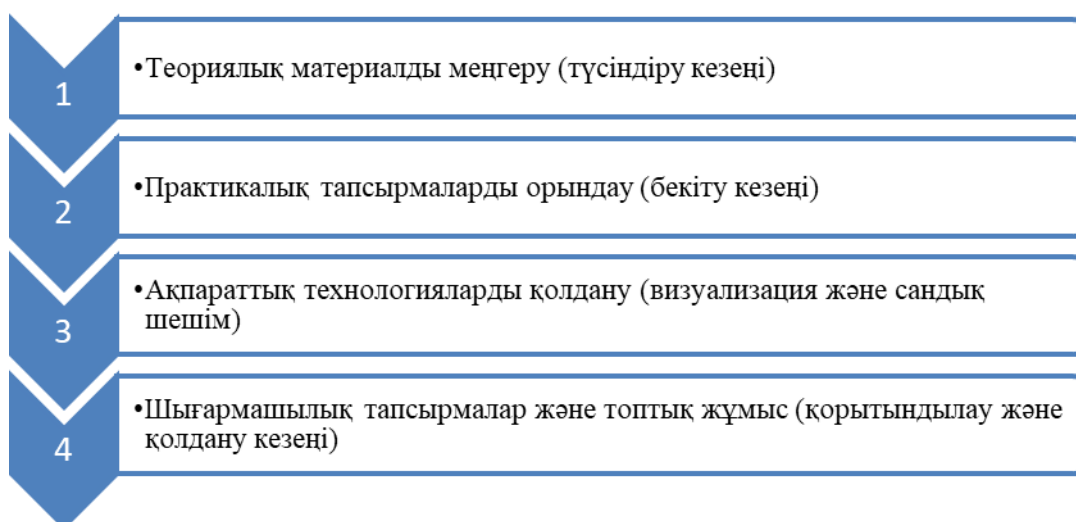
- Көптеген оқушылар тек бір әдіспен ғана жұмыс істеп, күрделі есептерді шешуде қиындықтарға тап болды. Графикалық және сандық әдістерді қолдану бойынша білімдерінің жеткіліксіз екені байқалды.

- Тест нәтижелері оқушылардың әртүрлі функциялардың қасиеттері мен олардың арасындағы байланыстарды (мысалы, логарифмдік және экспоненциалдық функциялардың арасындағы) жеткілікті деңгейде түсінбейтінін көрсетті.

Бұл нәтижелер негізінде арнайы әдістеме әзірленіп, эксперименттік топтағы оқушыларға трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді оқытудың жаңа тәсілдері қолданылды. Эксперименттік оқыту барысында оқушылардың теориялық білімдерін тереңдету, практикалық дағдыларын дамыту және олардың пәнге деген қызығушылығын арттыруға ерекше назар аударылды.

Жаңа әдістеме жоғары сынып оқушыларына трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді тиімді және терең меңгеруге көмектесу мақсатында әзірленді. Бұл әдістеме оқушылардың логикалық ойлау қабілеттерін, көрнекі және сандық талдау дағдыларын, сондай-ақ әртүрлі әдістерді қолдану арқылы есептерді шешу қабілеттерін дамытуға бағытталған.

Әдістеме төрт негізгі кезеңнен тұрады (Сурет 1):



Сурет 1 – Ұсынылған әдістеме кезеңдері

Ескерту - авторлармен құрастырылған

1. Теориялық материалды меңгеру

Мақсаты: Оқушыларға трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктердің теориялық негіздерін түсіндіру, олардың түрлері мен қасиеттерін үйрету.

Қолданылатын әдістер:

- Дәріс және презентация.
- Интерактивті сұрақ-жауап әдісі.
- Қысқа видео-дәрістер.

Теориялық материал мазмұны:

-Логарифмдік, тригонометриялық және экспоненциалдық теңдеулердің анықтамасы, негізгі қасиеттері.

-Логарифмдік, тригонометриялық және экспоненциалдық теңсіздіктердің шешу әдістері.

- Бірнеше трансценденттік теңдеулерден немесе теңсіздіктерден құралған жүйелерді шешу әдістері.

Мысалдар:

Логарифмдік теңдеу: $\log_2(x - 3) = 2$

Шешімі: $x - 3 = 2^2$, яғни $x = 7$

Тригонометриялық теңдеу: $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Шешімі: $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$ және $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, мұндағы $k \in Z$

Экспоненциалдық теңсіздік: $2^x > 8$

Шешімі: $x > 3$

2. Практикалық тапсырмаларды орындау

Мақсаты: Оқушылардың теориялық білімдерін бекіту және есептерді шешу дағдыларын дамыту.

Қолданылатын әдістер:

-Жеке және жұптық жұмыс.

-Тапсырмаларды әр деңгейде орындау (жеңілден күрделіге қарай).

-Оқушылардың жұмысын тексеру және түзету.

Практикалық тапсырмалар:

-Әрбір тақырып бойынша 3 деңгейде (жеңіл, орташа, күрделі) тапсырмалар беріледі.

Тапсырмалар:

-Жеңіл деңгей: негізгі формулаларды қолдану, есептің алгоритмін құру.

-Орташа деңгей: бір әдіспен шешу, аралық есептеулер жүргізу.

-Күрделі деңгей: бірнеше әдісті біріктіру, күрделі жүйелерді шешу.

Мысал тапсырмалар:

Жеңіл деңгей: $\log_3(x + 1) = 1$

Шешімі: $x + 1 = 3$, сондықтан $x = 2$

Орташа деңгей: $\log_3(4 - 2x) - \log_3 2 = 2$

Шешімі: $\frac{4-2x}{2} = 9$, сондықтан $x = -7$.

Күрделі деңгей: $\log_2 x + \log_5 x = \log_5 10$

Шешімі: $\log_2(5)\log_2(x) + \log_2(x) = \log_2(5)\log_5(10) \rightarrow$

$\rightarrow \log_2(x) = \log_{10}(5)\log_5(10) \rightarrow \log_2 x = 1$

Жауабы, $x = 2, x > 0$.

3. Ақпараттық технологияларды қолдану

Мақсаты: Оқушылардың трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу барысында ақпараттық-коммуникациялық технологияларды қолдану қабілеттерін дамыту.

Қолданылатын әдістер:

-GeoGebra, Desmos, Wolfram Alpha сияқты бағдарламаларда жұмыс істеу.

-Компьютерлік графика мен сандық әдістерді қолдану.

-Электронды, онлайн платформалардағы жаттығуларды орындау.

Мысалдар:

График салу: GeoGebra бағдарламасында

$y = \log_2(x)$ және $y = 3$ функцияларының графигін салып, олардың қиылысу нүктесін анықтау.

Сандық әдістер: Wolfram Alpha арқылы теңдеудің нақты шешімдерін табу.

Графикалық әдіс: $y = \sin(x) - 0.5$

$y = \sin(x) - 0.5$ және $y = 0$ графиктерінің қиылысу нүктелерін табу.

Қадамдар:

-GeoGebra бағдарламасын ашу.

-Теңдеулердің графиктерін салу.

-Графиктердің қиылысу нүктелерін анықтау.

-Қиылысу нүктелерінің координаталарын жазу.

4. Шығармашылық тапсырмалар және топтық жұмыс

Мақсаты: Оқушылардың логикалық және шығармашылық ойлау қабілеттерін дамыту, командалық жұмысты жетілдіру.

Қолданылатын әдістер:

-Шығармашылық тапсырмалар мен зерттеу жұмыстары.

-Топтық жобалар мен презентациялар.

-Проблемалық сұрақтарға жауап беру.

Мысалдар:

-Трансценденттік теңдеулерді күнделікті өмірде қолдану мысалдарын табу және олардың шешімдерін түсіндіру.

- Топтарға бөлініп, әртүрлі әдістермен берілген теңдеулерді шешу және олардың нәтижелерін салыстыру. Мысалы, бір топ логарифмдік теңдеулерді графикалық әдіспен шешсе, екінші топ сандық әдіспен шешеді.

- «Логарифмдік теңдеулердің түбірлерін табу үшін графикалық әдіс тиімді ме, әлде аналитикалық әдіс пе?» деген сұраққа топтық пікірталас ұйымдастыру.

Әдістеменің артықшылықтары:

-Оқушылардың теориялық білімдерін бекітіп, практикалық дағдыларын дамытуға мүмкіндік береді.

-Ақпараттық технологияларды қолдану арқылы оқушылардың көрнекі ойлау қабілеттерін және пәнге деген қызығушылығын арттырады.

-Шығармашылық тапсырмалар мен топтық жұмыстар оқушылардың сыни тұрғыдан ойлау және командалық жұмыс істеу қабілеттерін дамытады.

Жаңа әдістеме оқушылардың трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу барысында түрлі әдістерді тиімді қолдануға үйретуге бағытталған. Бұл әдістеме оқыту процесін жан-жақты, қызықты және тиімді етеді, оқушылардың математикалық білімдерін тереңдетуге және шығармашылық ойлау қабілеттерін дамытуға көмектеседі.

Жаңа әдістемені енгізу барысында эксперименттік топта (15 оқушы) бір ай бойы арнайы сабақтар жүргізілді. Әр сабақта оқушылар жаңа әдістемелерді пайдаланып, трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу бойынша түрлі тапсырмаларды орындады. Әдістемені қолданудың тиімділігін бағалау үшін бастапқы және қорытынды диагностикалық тест нәтижелері салыстырылды.

Эксперименттік топтың бастапқы диагностикалық тест нәтижесі бойынша орташа ұпайы 44 ұпайды құраса, қорытынды тестте орташа ұпай 76 ұпайға дейін өсті. Бұл көрсеткіш жаңа әдістеменің оқушылардың білім деңгейін арттыруда тиімді болғанын көрсетеді. Бастапқы тестте 70 ұпайдан жоғары нәтиже көрсеткен оқушылар саны 3-тен 10-ға дейін өсті (20%-дан 66,7%-ға дейін). Бұл оқушылардың қиын тапсырмаларды дұрыс шешу қабілеттерінің артқанын көрсетеді. Бастапқы тестте 40 ұпайдан төмен нәтиже көрсеткен оқушылар саны 4-тен 0-ге дейін азайды (26,7%-дан 0%-ға дейін). Бұл жаңа әдістемені енгізудің оқушылардың білім алудағы қиындықтарын азайтуға ықпал еткенін көрсетеді.

Оқушылардың тригонометриялық теңдеулерді шешу дағдылары едәуір жақсарды. Бастапқы тестте тригонометриялық теңдеулердің шешімдерін дұрыс тапқан оқушылар саны 40%-ды құраса, қорытынды тестте бұл көрсеткіш 80%-ға дейін өсті. Логарифмдік теңдеулерді шешу қабілеті бойынша оқушылардың нәтижелері де жақсарды. Бастапқы тестте логарифмдік теңдеулерді дұрыс шешкен оқушылар саны 33%-ды құраса, қорытынды тестте бұл көрсеткіш 73%-ға дейін өсті. Бастапқы тестте экспоненциалдық теңдеулерді дұрыс шешкен оқушылар саны 26,7%-ды құраса, қорытынды тестте бұл

көрсеткіш 66,7%-ға дейін артты. Бұл оқушылардың экспоненциалдық функциялардың қасиеттерін түсіну деңгейінің жақсарғанын көрсетеді.

Мысалы, логарифмдік теңдеулерді дұрыс шешкен оқушылар саны бастапқы 33%-дан 73%-ға дейін артқан. Бұл статистикалық өсімнің өзі маңызды, бірақ одан да маңыздысы – оның артында қандай педагогикалық процестер тұрғанын түсіндіру. Бұл көрсеткіш оқушылардың осы тақырып бойынша тек техникалық дағды емес, терең түсінік қалыптастырғанын көрсетеді.

Ең алдымен, оқытудың жаңа әдістемесі логарифмдік функциялармен байланысты есептерді шешуде бірнеше әдісті (аналитикалық, графикалық, сандық) қатар қолдануға мүмкіндік берді. Оқушылар теңдеуді шешуді тек формула жаттап шешу емес, оның графикалық бейнесін көру, сандық әдіспен тексеру, шешімнің дұрыстығын дәлелдеу тұрғысынан қарастыра бастады. Бұл – метатану мен рефлексия деңгейіндегі ойлауға көшу.

Әдістеменің екінші маңызды жағы – теория мен практиканың теңгерімі. Логарифмдік функцияның қасиеттері мен ережелері алдымен қысқаша әрі нақты баяндалып, кейін бірден сол білімді қолдануға арналған тапсырмалар берілді. Бұл теориялық білімнің нақты практикалық негізге ие болуына ықпал етті. Мысалы, оқушылар логарифмдік өрнектің анықталу аймағын есепке ала отырып шешімдер жүргізуді үйренді, бұл жиі жіберілетін типтік қателердің алдын алуға көмектесті.

Сонымен қатар, оқытуда ақпараттық технологияларды әсіресе GeoGebra бағдарламасын қолдану ерекше рөл атқарды. Бағдарламада оқушылар $y = \log_a x$ және басқа функциялардың графиктерін тұрғызып, олардың қиылысу нүктесін анықтау арқылы теңдеудің шешімін визуалды түрде көре алды. Бұл оқушылардың визуалды кеңістік ойлау қабілетін арттырады және логарифмдік функцияның динамикасын нақты түсінуге септігін тигізді.

Тапсырмалардың деңгейлік құрылымы да өз тиімділігін көрсетті. Оқушылардың жеке қабілетіне сай тапсырма таңдау мүмкіндігі оларды күрделі есептерден қорықпай, біртіндеп үйренуге жетеледі. Нәтижесінде бұрын тек жеңіл тапсырмамен шектеліп жүрген оқушылар орта және күрделі деңгейдегі есептерге де сенімді кірісіп, оларды шеше бастады. Бұл – оқытудағы инклюзивті тәсілдің сәтті жүзеге асқанының белгісі.

Сондай-ақ, сабақтарда талқылау және топтық жұмыс элементтері қолданылды. Оқушылар бір-біріне түсіндіріп, шешім жолдарын салыстырып, логарифмдік теңдеулерді шешудің балама әдістерін ұсынды. Бұл ортақ ойлау мен ұжымдық білім құруға ықпал етті, ал мұндай тәсіл оқушылардың математикалық сауаттылығы мен логикалық пайымын тереңдететіні белгілі.

Жоғарыда келтірілген әдістемелік тәсілдердің үйлесімі оқушылардың логарифмдік теңдеулерді шешуге деген сенімділігін арттырып қана қоймай, оларда бұл тақырыпты жан-жақты түсіну, терең талдау және түрлі әдіспен шешу дағдыларын қалыптастырды. Сондықтан 33%-дан 73%-ға дейінгі өсім жай ғана сандық көрсеткіш емес, оқыту сапасының жүйелі жақсаруының айғағы болып табылады.

Жаңа әдістемені енгізу барысында оқушылардың сабаққа қатысу белсенділігі артты. Сабаққа қатысу көрсеткіші 85%-дан 98%-ға дейін өсті. Топтық тапсырмалар кезінде оқушылардың бірлесіп жұмыс істеуге деген ынтасы артты. Бастапқы кезеңде топтық жұмысқа белсене қатысқан оқушылар саны 53%-ды құраса, қорытынды кезеңде бұл көрсеткіш 93%-ға дейін өсті. Оқушылардан алынған сауалнама нәтижелері бойынша, олардың 90%-ы жаңа әдістеме негізінде өткізілген сабақтардың дәстүрлі сабақтарға қарағанда қызықты әрі тиімді болғанын атап өтті.

Оқушылардың 86,7%-ы шығармашылық тапсырмаларды орындау барысында жоғары белсенділік танытып, өз идеяларын еркін жеткізе білді. Бұл көрсеткіш бастапқы кезеңде 40%-ды ғана құраған болатын.

Жаңа әдістемені енгізу оқушылардың трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді шешу қабілеттерін едәуір жақсартты, сондай-ақ олардың пәнге деген қызығушылығын арттырды. Әдістеме оқушылардың теориялық білімдерін тереңдетуге, әртүрлі әдістерді қолдану дағдыларын дамытуға және шығармашылық қабілеттерін арттыруға ықпал етті. Бұл әдістемені кеңінен қолдану жалпы білім беру процесінің тиімділігін арттыруға мүмкіндік береді.

Қорытынды

Жүргізілген зерттеу жұмысының нәтижелері жалпы білім беретін мектептердің жоғары сынып оқушыларына трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді оқытудың тиімді әдістемесін әзірлеу және оны оқу процесіне енгізудің қажеттілігі мен маңыздылығын көрсетті. Жаңа әдістеме оқушылардың математикалық білімдерін тереңдетіп қана қоймай, олардың теориялық білімдерін практикада қолдану, логикалық және сыни ойлау қабілеттерін дамытуға үлкен септігін тигізді.

Ұсыныстар:

- Жаңа әдістемені жалпы білім беретін мектептерде кеңінен қолдану қажет, себебі ол оқушылардың математикалық сауаттылығын арттырып, пәнге деген қызығушылығын күшейтеді.

- Мұғалімдерге ұсынылған әдістемелерді қолдану үшін арнайы курстар немесе семинарлар өткізу қажет, бұл олардың кәсіби біліктілігін арттыруға көмектеседі.

- Зерттеу нәтижелерін негізге ала отырып, оқу бағдарламалары мен әдістемелік нұсқаулықтарды жетілдіру қажет. Әсіресе, трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді оқыту бойынша қосымша ресурстар мен жаттығулар әзірленуі тиіс.

Жалпы, жүргізілген зерттеу жұмысы трансценденттік теңдеулер мен теңсіздіктерді оқытудың тиімді әдістемесін жасау және оны оқу процесіне енгізу арқылы оқушылардың математикалық білімдерін, логикалық ойлау қабілеттерін және пәнге деген қызығушылығын арттыруға болатынын көрсетті.

ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ:

- 1 Салпагарова Р. Н. Трансцендентные уравнения с параметром и методы их решений. Вектор развития современной науки. – 2016. – С. 1095-1098.
- 2 Шумай Т. А., Васильева С. Е. Один из нестандартных методов решения трансцендентных неравенств. Проблемы науки. – 2018. – № 4 (28). – С. 6-12.
- 3 Syzdykova A., Jussupova D., Amantayeva A., Yerniyazova B. Methods of teaching school students to solve systems of equations and inequalities in the conditions of digitalisation of education. Cypriot Journal of Educational Sciences. – 2022. Vol.17(8) .P. 2680-2691.
- 4 Kliychnyk I. Organization of educational activities of schoolchildren in solving inequalities with a parameter and a module. Academic Notes Series Pedagogical Science. №1. 2023. P. 139-143.
- 5 Caraballo Carmona C.M., Garcia Fernandez F.L. Methodology of Mathematics Teaching. Treatment to School Mathematics Equations. Editorial Tecnocientifica Americana: 2021. 64 p.
- 6 Haievskiy M., Iziumchenko L., Kliychnyk I. Application of methods of mathematical analysis to prove olympiad inequalities. Academic Notes Series Pedagogical Science. 2020. P. 58-61.
- 7 Uyen B. Using analogy in solving problems: A case study of teaching the radical inequalities. European Journal of Education Studies. 2021. P. 8-9.
- 8 Ellerton N. F., Clements M. A. Prospective middle-school mathematics teachers' knowledge of equations and inequalities. Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. 2011. P. 379-408.
- 9 Luo Q., Wang Z., Han J. A Padé approximant approach to two kinds of transcendental equations with applications in physics. European Journal of Physics. Vol.3 (36). 2015. P. 035030.
- 10 Angraini L., Fitri Y. The effect of interactive multimedia-based learning on students' mathematical problem solving ability. Inter J Cont Stud Educ. Vol.2 (2).2023. P. 85-90.

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ СТАРШЕКЛАССНИКОВ РЕШЕНИЮ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ И ИХ СИСТЕМ

Аннотация

В данной статье рассматривается проблема разработки методических основ обучения старшеклассников общеобразовательных школ решению трансцендентных уравнений и неравенств и их систем. Основная цель исследования - сочетание теоретических знаний учащихся по данной теме с практическими, разработка эффективных методов обучения, направленных на развитие их логического мышления, аналитических и количественных способностей и внедрение их в учебный процесс. В статье анализируются основные типы и свойства трансцендентных уравнений, предлагаются традиционные и новые методы их решения. Методика обучения состоит из четырех этапов: усвоение теоретического материала, выполнение практических заданий, использование информационных технологий, выполнение творческих заданий и командная работа. Каждый этап направлен на закрепление теоретических знаний учащихся и развитие навыков решения задач с использованием различных методов. В ходе исследования была использована специально разработанная методика обучения учащихся экспериментальной группы. Результаты эксперимента показали, что способности учащихся решать трансцендентные уравнения и неравенства значительно улучшились. Средний балл учащихся увеличился с начальных 44 баллов до 76 баллов в итоговом тесте, что доказывает эффективность новой методики. Кроме того, повысилась посещаемость, интерес к предмету и творческие способности учащихся. Методика, представленная в статье, позволяет повысить математическую грамотность учащихся, пробудить их интерес к предмету и повысить эффективность общеобразовательного процесса. Результаты данного исследования послужат основой для выработки предложений по совершенствованию методики обучения трансцендентным уравнениям и неравенствам в системе образования Казахстана.

Ключевые слова: трансцендентные уравнения, трансцендентные неравенства, методика обучения, старшеклассники, информационные технологии, метод исследования, математическая грамотность.

METHODS OF TEACHING HIGH SCHOOL STUDENTS TO SOLVE TRANSCENDENTAL EQUATIONS AND INEQUALITIES AND THEIR SYSTEMS

Abstract

This article discusses the problem of developing methodological foundations for teaching high school students to solve transcendental equations and inequalities, as well as their systems. The main purpose of the study is to combine students' theoretical knowledge on this topic with practical knowledge, to develop effective teaching methods that enhance their logical thinking, analytical, and quantitative analytical abilities, and to introduce them into the educational process. The article analyzes the main types and properties of transcendental equations, suggests traditional and new methods for solving them. The teaching methodology consists of four stages: the assimilation of theoretical material, the performance of practical tasks, the use of information technology, creative tasks and teamwork. Each stage aims to consolidate students' theoretical knowledge and develop problem-solving skills through various methods. During the study, a specially developed teaching methodology was used for the students in the experimental group. The results of the experiment showed that the students' ability to solve transcendental equations and inequalities has improved significantly. The average student score increased from 44 to 76 on the final test, demonstrating the effectiveness of the new methodology. In addition, student attendance, interest in the subject, and creative abilities have increased. The methodology presented in the article enables students to improve their mathematical literacy, become more interested in the subject, and enhance the effectiveness of the educational process. The results of this study will serve as a basis for developing proposals to improve the teaching methods of transcendental equations and inequalities in the education system of Kazakhstan.

Key words: transcendental equations, transcendental inequalities, teaching methods, high school students, information technology, research method, mathematical literacy.

REFERENCES

- 1 Salpagarova R. N. Transsendentnye uravneniya s parametrom i metody ikh resheniy [Transcendental equations with a parameter and methods of their solutions]. Vektor razvitiya sovremennoy nauki. 2016. P. 1095-1098. [in Russian]
- 2 Shumay T. A., Vasil'eva S. E. Odin iz nestandartnykh metodov resheniya transsendentnykh neravenstv [One of the non-standard methods for solving transcendental inequalities]. Problemy nauki. № 4 (28). 2018. P. 6-12. [in Russian]
- 3 Syzdykova A., Jussupova D., Amantayeva A., Yerniyazova B. Methods of teaching school students to solve systems of equations and inequalities in the conditions of digitalisation of education. Cypriot Journal of Educational Sciences. Vol.17 (8). 2022. P. 2680-2691. [in English]
- 4 Klychnyk I. Organization of educational activities of schoolchildren in solving inequalities with a parameter and a module. Academic Notes Series Pedagogical Science. № 1. 2023. P. 139-143. [in English]

5 Caraballo Camona C.M., & Garcia Fernandez F.L. Methodology of Mathematics Teaching. Treatment to School Mathematics Equations. Editorial Tecnocientifica Americana: 2021. 64 p. [in English]

6 Haievskiy M., Iziuchenko L., Kliychnyk I. Application of methods of mathematical analysis to prove olympiad inequalities. Academic Notes Series Pedagogical Science. 2020. P. 58-61. [in English]

7 Uyen B. Using analogy in solving problems: A case study of teaching the radical inequalities. European Journal of Education Studies. 2021. P. 8-9. [in English]

8 Ellerton N. F., Clements M. A. Prospective middle-school mathematics teachers' knowledge of equations and inequalities. Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. 2011. P. 379-408. [in English]

9 Luo Q., Wang Z., Han J. A Padé approximant approach to two kinds of transcendental equations with applications in physics. European Journal of Physics. Vol. 3 (36). 2015. P. 035030. [in English]

10 Angraini L., Fitri Y. The effect of interactive multimedia-based learning on students' mathematical problem solving ability. Inter J Cont Stud Educ. Vol.2 (2). 2023. P. 85-90. [in English]

Information about authors:

Arailym Sansyzbayeva - **corresponding author**, Doctoral student, Abai Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Republic of Kazakhstan

E-mail: anka_94-12@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2087-8174>

Serik Daiyrbekov - candidate of Pedagogical Sciences, Professor of the Department of Mathematics, Uzbekali Zhanibekov South Kazakhstan Pedagogical University, Shymkent, Republic of Kazakhstan

E-mail: dairbekov-serik@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3643-9085>

Информация об авторах:

Арайлым Сансызбаева – докторант, Казахский национальный педагогический университет имени Абая, г. Алматы, Республика Казахстан

E-mail: anka_94-12@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2087-8174>

Серик Дайырбеков – кандидат педагогических наук, профессор кафедры "Математика", Южно-Казахстанский педагогический университет имени Узбекали Жанибекова, г. Шымкент, Республика Казахстан

E-mail: dairbekov-serik@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3643-9085>

Авторлар туралы ақпарат:

Арайлым Сансызбаева – докторант, Абай атындағы Қазақ Ұлттық педагогикалық университеті, Алматы қ., Қазақстан Республикасы

E-mail: anka_94-12@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2087-8174>

Серик Дайырбеков – педагогика ғылымдарының кандидаты, «Математика» кафедрасының профессоры, Өзбекәлі Жәнібеков атындағы Оңтүстік Қазақстан педагогикалық университеті, Шымкент қ., Қазақстан Республикасы

E-mail: dairbekov-serik@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3643-9085>